

Waarom is wiskunde zo'n effectief middel in het beschrijven van natuurkundige verschijnselen?

Ingmar de Boer, versie 2, 21-1-2019

Het antwoord op deze vraag is in ieder geval in eerste aanleg eenvoudig als we deze benaderen vanuit het perspectief van de afbeeldingstheorie die de filosoof Ludwig Wittgenstein presenteerde in zijn bekende werk *Tractatus Logico-Philosophicus*. Hieronder volgt een uiteenzetting, niet in filosofische of wiskundige vaktaal, maar in alledaagse bewoordingen.

De effectiviteit van de wiskunde houdt in de eerste plaats in dat er geen verschijnselen worden ontdekt die niet met behulp van wiskundige formalismen kunnen worden beschreven. In de tweede plaats betekent het wellicht, dat de enerzijds wiskundige beschrijving toereikend is en anderzijds niet vanwege zijn eigen aard iets toevoegt wat voor de beschrijving niet noodzakelijk is.

1. Wiskunde

Wiskunde is, net als natuurkunde, een tak van wetenschap die is ontstaan doordat de mens in het dagelijks leven soms een abstract model kon gebruiken dat kon worden toegepast op situaties die hij tegenkwam. Deze beide takken van wetenschap hebben als bijzondere kwaliteit dat ze zulke geabstraheerde modellen van de werkelijkheid kunnen leveren. De verschillende vormen van wiskundige notatie die de taal van de wiskunde vormen, zijn aanvankelijk ontwikkeld op basis van specifieke praktische toepassingen. Deze vormen een middel om modellen vast te leggen en aan anderen over te brengen. Een model is een afbeelding van de werkelijkheid. Hier kunnen we in het midden laten hoe een afbeelding van de werkelijkheid er in detail uit ziet, maar we kunnen wel zeggen dat er een afbeeldingsrelatie moet zijn tussen werkelijkheid en model, hetgeen betekent dat beeld en origineel onderling analoge (isomorfe) structuren moeten hebben.

2. Onze hersenen

Niet alleen in wiskunde of natuurkunde worden modellen gemaakt van de werkelijkheid. Tijdens het waarnemen van onze omgeving vormen we ons als mens bijna voortdurend modellen van de werkelijkheid. Omdat in onze hersenen afbeeldingen van onze omgeving worden gevormd en opgeslagen, moeten in de hersenen ook de voorwaarden aanwezig zijn om een model te kunnen vormen en op te slaan. De modellen zijn, ook in de hersenen, structuren die overeenkomen met de structuur van de waargenomen werkelijkheid doordat er een afbeeldingsrelatie is tussen deze twee structuren. Hoe complex deze structuren in het dagelijks leven ook mogen zijn, ook deze zullen onderling analoog (isomorf) zijn.

3. De werkelijkheid

Niet alleen aan de kant van de hersenen zijn er voorwaarden die dit mogelijk maken, maar ook aan de kant van de werkelijkheid zijn er zulke voorwaarden. De werkelijkheid stelt ons in staat er een model van te vormen. Stel dat er een verschijnsel zou bestaan in de werkelijkheid, dat op de een of andere manier inherent niet door ons is af te beelden. In dat geval kunnen we het niet waarnemen, want voor waarnemen is nodig dat we hoe dan ook

een model van het verschijnsel maken in onze hersenen. Het is dan in die zin geen deel van onze werkelijkheid. Dit is waarom we nooit iets zullen ontdekken waar we ons geen model van kunnen vormen. Als we in een natuurkundig experiment een verband tussen verschillende gemeten grootheden menen te ontdekken, betekent dat al dat de werkelijkheid zich op dit punt een model van zich laat maken. Dit is ongeacht of het model in overeenstemming is met de werkelijkheid, en of het verband inderdaad in de werkelijkheid wordt gevonden. Dit betekent dat de werkelijkheid in al zijn aspecten af te beelden is.

Nota bene: afbeelden is niet hetzelfde als verklaren. Verklaren zou betekenen dat we in staat zijn een, al dan niet adequaat, model van de werkelijkheid te maken en dit vervolgens uit te leggen in termen van andere modellen die uiteindelijk gebaseerd zijn op grondstellingen, of andere modellen en stellingen die we niet betwijfelen of besluiten niet te betwijfelen.

4. Analogie (isomorfie)

Als we een beeld van de werkelijkheid in onze hersenen kunnen opslaan, is het ook van belang dat we de werkelijkheid weer kunnen reconstrueren naar het beeld, bijvoorbeeld als we het herinneren, of in wiskundige termen willen formuleren. Dit is alleen beide mogelijk als de relatie tussen beeld in de hersenen en het origineel in de werkelijkheid een 1-1 relatie is. (bijjectie) Dit staat weer los van of de hersenen altijd goed functioneren. Als bijvoorbeeld het beeld niet goed is opgeslagen is het in die zin geen beeld meer van de werkelijkheid en kan daarom wellicht de werkelijkheid niet worden gereconstrueerd aan de hand van dit beeld. Voor de wiskundige beschrijving van de werkelijkheid geldt iets dergelijks: deze beschrijving moet eenduidig zijn zodat wijzelf, of iemand anders, de werkelijkheid opnieuw kan construeren aan de hand van de wiskundige formulering, bijvoorbeeld om aan de hand van het model de werkelijkheid te voorspellen. Zo moet ook de wiskundige beschrijving van iets wat we in ons hoofd hebben een analoge (isomorfe) betrekking hebben met onze werkelijkheid.

5. Logica

Bij het beoefenen van natuurkunde moeten daarom zowel in de wiskunde als in de hersenen van de onderzoeker als in de werkelijkheid steeds overeenkomstige structuren te vinden zijn, die onderling (bijjectieve) afbeeldingsrelaties hebben. Deze drie overeenkomstige structuren moeten aan dezelfde wiskundige of logische regels voldoen. Nu kunnen we dit, ook zonder dit systeem van regels in detail te kennen, definiëren als "de logica". Wittgenstein gebruikte in zijn Tractatus het woord logica inderdaad in deze betekenis. De logica bepaalt dan de buitengrens van elk van deze drie structuren.

6. Beperkingen van de relatie hersenen ↔ werkelijkheid

a. Omdat we niet anders kunnen waarnemen en denken dan door ons ergens een model van te vormen volgens de regels van de logica, zullen we nooit iets in de werkelijkheid ontdekken wat door onze hersenen niet in een model kan worden gevat.

b. Omdat onze hersenen uitsluitend werken volgens de regels van de logica kunnen we geen model in onze hersenen maken van iets dat niet in de werkelijkheid mogelijk zou kunnen zijn. Dit staat los van of het ook in de werkelijkheid wordt aangetroffen.

7. Beperkingen van de relatie hersenen ↔ wiskunde

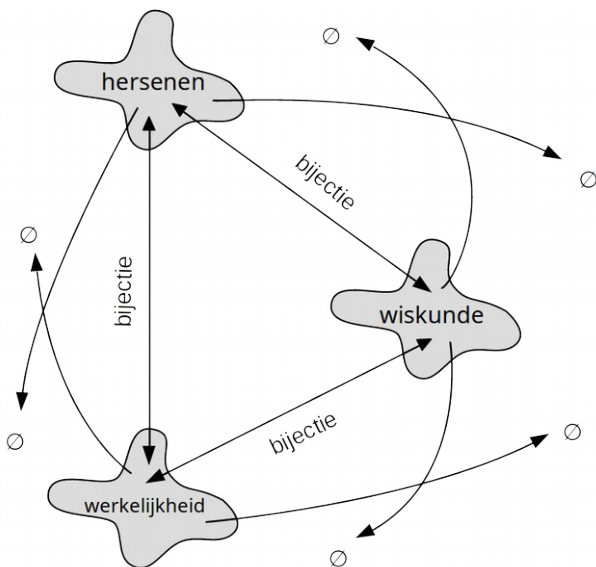
a. Omdat de wiskunde een taalgebouw is waarin uitsluitend modellen kunnen worden gemaakt volgens de regels van de logica, kunnen we in de wiskunde nooit iets beschrijven wat door onze hersenen niet in een model kan worden gevat.

b. Omdat onze hersenen uitsluitend werken volgens de regels van de logica kunnen we geen model in onze hersenen maken dat niet in "wiskundige termen" kan worden beschreven. Hierbij moeten we wiskunde zeker zo ruim nemen dat allerlei mogelijke vormen van symbolische logica binnen onze definitie van wiskunde vallen.

8. Beperkingen van de relatie wiskunde ↔ werkelijkheid

a. Omdat we niet anders kunnen dan ons ergens een beeld van vormen volgens de regels van de logica, zullen we nooit iets in de werkelijkheid ontdekken wat niet met behulp van wiskundige termen in een model kan worden gevat. Hierbij moeten we wederom wiskunde zo ruim nemen dat in elk geval allerlei mogelijke vormen van symbolische logica binnen onze definitie van wiskunde vallen.

b. Omdat de wiskunde een taalgebouw is waarin uitsluitend modellen kunnen worden gemaakt volgens de regels van de logica, kunnen we nooit iets in de wiskunde formuleren wat onmogelijk in de werkelijkheid zou kunnen worden gevonden. Dit staat los van of het ook in de werkelijkheid wordt aangetroffen.



9. Conclusie

Wiskunde is inderdaad een effectief middel in het beschrijven van natuurkundige verschijnselen: er kunnen geen verschijnselen worden ontdekt die niet wiskundig kunnen worden beschreven, omdat aan de basis van de wiskunde de logica staat, die ook aan de basis staat van ons vermogen ons een beeld te vormen van de werkelijkheid. Omdat we ons geen beeld kunnen vormen van datgene waarvan we ons geen beeld kunnen vormen valt niets buiten ons blikveld. Ons gebied van onderzoek beperkt zich tot datgene waarvan we ons een model kunnen vormen.

Overigens zouden we kunnen denken dat dit een kwestie is van dat er zaken bestaan die door de beperkingen van de logica aan ons zicht zijn onttrokken. Er is echter niet "ergens anders" nog een wereld waar alles "onlogisch" is, of waar een "ander soort" logica heerst, en het is ook op een fundamentele manier onmogelijk om aan te tonen dat die er zou zijn.

De wiskundige beschrijving van de werkelijkheid is toereikend omdat de wiskunde zeer dicht bij de logica staat en, in het bijzonder, deze in zekere zin op het gebied van symbolische logica insluit. In de wiskunde worden steeds nieuwe formalismen ontwikkeld, maar die gehoorzamen alle weer aan de regels van de logica, zonder welke we geen enkel formalisme kunnen ontwikkelen. Omdat we in de wiskunde tot op de kleinste elementen en hun relaties kunnen gaan als het gaat om het beschrijven van de werkelijkheid, is het aan ons onze modellen zo in te richten dat die efficiënt zijn. Wiskunde voegt zelf vanwege zijn eigen aard niet iets toe wat voor de beschrijving niet noodzakelijk is. In het perspectief van deze bijzondere kwaliteiten is de wiskunde niet op één lijn te stellen met andere vormen van wetenschap. Ze heeft in het gebouw van de wetenschap een unieke plaats, misschien ergens op de onderste verdieping van dat gebouw.

Naar aanleiding van het voorgaande zouden we tot het idee kunnen komen dat er nooit iets fundamenteel kan "misgaan" in het toepassen van wiskunde. Binnen het gebied van de wiskunde zelf gaat er soms wel degelijk iets mis, en de bekende paradoxen zoals die van Bertrand Russell laten dit zien. Kurt Gödel heeft aangetoond dat voor belangrijke takken van wiskunde niet kan worden bewezen dat ze consistent zijn, maar het is niet bekend in hoeverre dit invloed zou kunnen hebben op de praktische toepassing van wiskunde op het gebied van de natuurkunde. ■